

Atelier 01 : Instructions de base d'un algorithme

Exercice 01 : Moyenne de deux nombres

Ecrire un algorithme permettant de calculer la moyenne de deux entiers.

Solution

Algorithme :

Algorithme Moyenne

// Moy : est la moyenne de A et B

Variables A, B : entiers

Moy : réel

Début

// Saisie des données

Ecrire ("Entrez la valeur de A:")

Lire (A)

Ecrire ("Entrez la valeur de B:")

Lire (B)

// Calcul de la moyenne

$Moy \leftarrow (A + B) / 2$

// Affichage du résultat

Ecrire ("La moyenne de A et B est : ", Moy)

Fin

Remarque :

Les lignes précédées de deux slashes (//) correspondent à des commentaires en algorithmique.

Exercice 02 : Calcul

Une grande surface accorde à tous ses clients, une réduction de 3% sur

le montant d'achat. Ecrire un algorithme permettant de saisir le montant d'achat (MA) et de calculer le montant de la remise (R) ainsi que le montant à payer (MP).

Solution :

Algorithme :

Algorithme Remise

Variables MA, R, MP : réel

Début

Ecrire ("Entrez le montant d'achat :")

Lire (MA)

$R \leftarrow MA * 3/100$

$MP \leftarrow MA - R$

Ecrire ("Le montant de la remise est ", R, " Dh")

Ecrire ("Le montant à payer est ", MP, "Dh")

Fin

Exercice 03 : Permutation de deux variables

Écrire un algorithme qui permute les valeurs de deux variables lues au clavier.

Solution :

Algorithme :

Algorithme Permutation

Variables N1, N2 : réel

Z : réel

// Z : variable temporaire qui sera utilisée pour permuter N1 et N2

Début

Ecrire ("Entrez les valeurs de N1 et N2 :")

Lire (N1, N2)

$Z \leftarrow N1$

$N1 \leftarrow N2$

$N2 \leftarrow Z$

Ecrire ("Les valeurs de N1 et N2 après permutation sont : N1 = ",
N1, " et N2 = " , N2)

Fin

Exercice 04 : Evaluation des expressions

Donner les valeurs des variables a, b, c, d, e, f, g, h, i, j et K.

$a \leftarrow 7 / 2$

$b \leftarrow 7 \text{ Div } 2$

$c \leftarrow 7 \text{ Mod } 2$

$d \leftarrow 't' < 'w'$

$e \leftarrow \text{"Maman"} > \text{"Papa"}$

$f \leftarrow (5 \neq 2)$

$g \leftarrow \text{"maman"} > \text{"Papa"}$

$h \leftarrow \text{Non}(5=2)$

$i \leftarrow (4 < 6) \text{ et } (9 > 2)$

$j \leftarrow (2 < 0) \text{ ou } (4 \diamond 4)$

$k \leftarrow 'A' < 'a'$

Solution :

Expression	Valeur de la variable
------------	-----------------------

a ← 7 / 2	3.5
b ← 7 Div 2	3
c ← 7 Mod 2	1
d ← 't' < 'w'	Vrai
e ← "Maman" > "Papa"	Faux
f ← (5 ≠ 2)	Vrai
g ← "maman" > "Papa"	Vrai
h ← Non(5=2)	Vrai
i ← (4<6) et (9>2)	Vrai
j ← (2 < 0) ou (4 <> 4)	Faux
k ← 'A' < 'a'	Vrai

Exercice 05 : Equivalent d'une expression

Donner l'équivalent des expressions booléennes suivantes en utilisant uniquement les opérateurs de comparaison et les opérateurs logiques (Et, Ou et Non).

- x = 2
- x < 6
- x - 2 > 7
- 0 < x < 3
- 3 * x > 18
- a OUex b
- Non (x >= 0)
- Non (Note < 0 Ou Note > 20)

Solution :

Expression	Equivalence
------------	-------------

$x = 2$	$\text{Non}(x \neq 2)$
$x < 6$	$\text{Non}(x > = 6)$
$x - 2 > 7$	$\text{Non}(x - 2 < = 7)$
$0 < x < 3$	$0 < x \text{ Et } x < 3$
$3 * x > 18$	$\text{Non}(3 * x < = 18)$
$a \text{ OU } x \text{ b}$	$(a \text{ Et } \text{Non } b) \text{ Ou } (\text{Non } a \text{ Et } b)$
$\text{Non}(x > = 0)$	$x < 0$
$\text{Non}(\text{Note} < 0 \text{ Ou } \text{Note} > 20)$	$\text{Non}(\text{Note} < 0) \text{ Et } \text{Non}(\text{Note} > 20)$

Exercice 06 : Lois de Morgan

En utilisant des tables de vérité, démontrez les lois suivantes, appelées lois de Morgan.

$$a = \text{Non}(\text{Non}(a))$$

$$\text{Non}(a \text{ Et } b) = \text{Non}(a) \text{ Ou } \text{Non}(b)$$

$$\text{Non}(a \text{ Ou } b) = \text{Non}(a) \text{ Et } \text{Non}(b)$$

Solution :

a	Non (a)	Non(Non(a))
0	1	0
1	0	1

- Donc, il est clair que : $a = \text{Non}(\text{Non}(a))$

- Vous faites la même démonstration pour les autres.

Remarque :

Le domaine (Faux, Vrai) est équivalent au domaine (0,1) :

- la valeur 0 correspond à la valeur booléenne fausse (Faux).

- la valeur 1 correspond à la valeur booléenne vraie (Vrai).

Exercice 07 : Priorité des opérateurs

Le tableau suivant montre la priorité des opérateurs :

Priorité	opérateur
-----------------	------------------

↑ Priorité croissante	()
	Non
	* / Div Mod
	+ -
	< <= > >=
	= ±
	Et
	Ou
	←

En se basant sur le tableau ci-dessous, donner les valeurs des variables a, b et c.

$$a \leftarrow 4 * 2 + 5$$

$$b \leftarrow 5 + 3 * 2 - 6$$

$$c \leftarrow a > b \text{ Et } 7 \neq 2 \text{ Ou } a < b$$

$$d \leftarrow a > b \text{ Et } 7 = 2 \text{ Ou } a < b$$

Solution :

a = 13 , b = 5, c = Vrai et d = Faux.

Note :

Les ateliers pratiques de l'ouvrage intitulé :

« Apprendre à programmer : algorithmique et programmation VB (CD-ROM inclus) »

Auteurs : O. El Kharki, J. Mechbough & D. Ducrot

traduisent tous les algorithmes de cet atelier et ateliers qui suivent en Visual Basic (VB).

Atelier 02 : Les structures alternatives et répétitives

Exercice 01 : Parité

Ecrire un algorithme qui détermine si un nombre entier n saisi au clavier est pair ou impair.

Solution :

On dit qu'un nombre entier n est pair si le reste r de la division entière de n par 2 est égale à 0. Sinon il est impair.

Algorithme :

```
Algorithme Parité
Variables n, r : Entier
Début
    Ecrire ("Entrez la valeur de n : ")
    Lire (n)
    // r : est le reste de la division entière de n par 2
    r ← n mod 2
    Si r = 0 Alors
        Ecrire (n, " est pair")
    Sinon
        Ecrire (n, " est impair")
    FinSi
Fin
```

Rappel : Présentation de l'algorithme

Certaines parties de l'algorithme sont en retrait par rapport à d'autres, c'est ce qu'on appelle *l'indentation*. Celle-ci est très importante pour la lisibilité de l'algorithme. Elle montre rapidement le début et la fin de chaque instruction *alternative* ou *répétitive* ainsi le début et la fin

de l'algorithme.

De plus, pour faciliter la compréhension, toutes vos instructions doivent être commentées. Un développeur est souvent amené à modifier un l'algorithme, par conséquent, des commentaires de qualité rendent cette tâche plus facile et plus rapide.

Exercice 02 : Maximum de deux nombres

Ecrire un algorithme qui permet d'afficher le maximum parmi deux nombres saisis au clavier.

Solution :

Algorithme :

Voir le chapitre 02.

Exercice 03 : Condition composée

Ecrire un algorithme qui teste si une note saisie au clavier est comprise entre 0 et 20.

Solution :

Algorithme :

Algorithme Tester_une_note

Variable Note : réel

Message : chaîne

Début

Ecrire("Donnez une note : ")

Lire(Note)

Si Note \geq 0 ET Note \leq 20 alors

Message \leftarrow "La note " & Note & " est correcte"

Sinon

Message \leftarrow "La note " & Note & " est incorrecte"

FinSi

Ecrire(Message)

Fin

Exercice 04 : Nombre de racines d'un trinôme

Ecrire un algorithme permettant de déterminer le nombre de racines réelles d'un trinôme : $a*x^2 + b*x + c = 0$, on suppose que « a » est différent de 0.

Solution :

Soit $\Delta = b^2 - 4ac$. Δ (delta) est appelé le discriminant de ce trinôme.

Si $\Delta = 0$ alors l'équation a une racine réelle double

Si $\Delta > 0$ alors l'équation a deux solutions réelles

Sinon il n'existe aucune racine réelle au trinôme.

Algorithme :

Algorithme Nombre_de_racines

Variables a, b, c, delta : Réel

Début

// Saisie des données

Ecrire ("Entrez la valeur de a:")

Lire (a)

Ecrire ("Entrez la valeur de b:")

Lire (b)

Ecrire ("Entrez la valeur de c:")

Lire (c)

// Calcul du discriminant

delta \leftarrow b * b - 4 * a * c

// Etude du signe du discriminant

Si delta > 0 alors

 Ecrire (" Deux racines")

Sinon

 Si delta = 0 alors

 Ecrire ("Une racine double")

 Sinon

 Ecrire ("Pas de racine")

 FinSi

FinSi

Fin

Exercice 05 : Equation du premier degré

Ecrire un algorithme qui résout une équation du premier degré :

$$A * x + B = 0.$$

Solution :

La solution de l'équation : $A * x + B = 0$ dépend du valeurs de A et B.

- si $A = 0$ et $B = 0$ alors la solution est l'ensemble des réels

- si $A = 0$ et $B \neq 0$ alors pas de solution

- si $A \neq 0$ alors $x = -B/A$

Algorithme :

Algorithme équation_1

Variable A, B, x : réel

Début

 Ecrire("Donner A et B")

 Lire(A, B)

 Si $A = 0$ alors

 Si $B = 0$ alors

 Ecrire("Solution : l'ensemble des réels ")

 Sinon

 Ecrire("Pas de solution ")

 FinSi

 Sinon

$x \leftarrow -B/A$

 Ecrire("La solution est x = ", x)

 FinSi

Fin

Exercice 06 : Simulation d'une calculatrice

Ecrire un algorithme qui permet de saisir deux variables réelles a et b et un opérateur simple : +, -, *, / et d'afficher le résultat.

Solution :

Algorithme :

Algorithme Calculatrice

Variables A, B, R : Réel

OP : caractère

Début

// Saisie des données

Ecrire ("Entrez la valeur de A et B : ")

Lire (A, B)

// Saisie de l'opérateur

Ecrire ("Entrez l'opérateur de votre choix : ")

Lire (OP)

Selon OP faire

' + ' : $R \leftarrow A + B$

' - ' : $R \leftarrow A - B$

' * ' : $R \leftarrow A * B$

' / ' : Si $B=0$ alors

Ecrire ("Division par zéro")

// Sortir du programme

Quitter

Sinon

$R \leftarrow A / B$

FinSi

Sinon

Ecrire (" Erreur de saisie")

// Quitter la procédure

Quitter

FinSelon

Ecrire (A, OP, B " = ", R)

Fin

Exercice 07 : Mention

Ecrire un algorithme qui lit la moyenne générale (MG) d'un étudiant et affiche la mention.

Solution :

Algorithme :

Algorithme Mention

// MG : Moyenne Générale

Variable MG : réel

Mention : chaîne

Début

Ecrire("Donner la moyenne générale de l'étudiant : ")

Lire(MG)

Si MG \geq 16 alors

Mention \leftarrow "Très bien"

Sinon Si MG \geq 14 alors

Mention \leftarrow "Bien"

Sinon Si MG \geq 12 alors

Mention \leftarrow "Assez bien"

Sinon Si MG \geq 10 alors

Mention \leftarrow "Passable"

Sinon

Mention \leftarrow "Mauvais résultat"

FinSi

Ecrire("La mention de l'étudiant est : ", Mention)

Fin

Exercice 08 : Maximum de dix nombres

Ecrire un algorithme qui permet d'afficher le maximum parmi dix nombres saisis au clavier.

Solution :

Algorithme :

Algorithme Max

Variables N, I, Max : Entier

Début

Max ← 0

Pour I ← 1 jusqu'à 10 faire

 Ecrire ("Entrer un nombre :")

 Lire (N)

 Si I = 1 ou N > Max Alors

 Max ← N

 FinSi

FinPour

Ecrire ("Le nombre le plus grand est : ", Max)

Fin

Exercice 09 : Factorielle d'un nombre

Ecrire un algorithme permettant de saisir un nombre entier n et de calculer sa factorielle. On suppose que $n \geq 1$.

Rappel :

$$n! = n * (n-1) * (n-2) * (n-3) * \dots * 1$$

$$n! = n * (n-1)!$$

$$1! = 1$$

$$0! = 1$$

Exemple :

$$5! = 5 * 4 * 3 * 2 * 1 = 1 * 2 * 3 * 4 * 5 = 120.$$

Solution (solution itérative) :

Algorithme :

Algorithme Factorielle

Variables N, I, F : Entier

Début

Ecrire ("Entrer un nombre, $N \geq 2$ ")

Lire (N)

$F \leftarrow 1$

Pour I \leftarrow N jusqu'à 1 pas -1 faire

$F \leftarrow F * I$

FinPour

Ecrire ("La factorielle est : ", F)

Fin

Exercice 10 : Moyenne des notes

Ecrire un algorithme permettant de saisir N notes, de calculer leur somme et leur moyenne de ces notes.

Solution :

Algorithme :

Algorithme Moyenne

Variables N, Note, S, Moy : Réel

I : Entier

Début

S ← 0

I ← 1

Ecrire("Donner le nombre de notes N : ")

Lire(N)

Pour I ← 1 jusqu'à N faire

 Ecrire ("Entrer une note")

 Lire (Note)

 S ← S + Note

FinPour

Moy ← S / N

Ecrire("La somme des notes est : ", S)

Ecrire("La moyenne des notes est : ", Moy)

Fin

Exercice 11 : Rectangle d'étoiles

Ecrire un algorithme qui affiche à l'écran le rectangle d'étoiles ci-dessous. Chaque ligne contient 19 étoiles. Le nombre de lignes est 10.

```
*****  
*****  
*****  
*****  
*****  
*****  
*****  
*****  
*****  
*****
```

Solution :

Algorithme :

Algorithme Rectangle_des_étoiles

// I : compteur, J : compteur

Variables I, J : entiers

Début

 Pour I ← 1 jusqu'à 10 faire

 Pour J ← 1 jusqu'à 19 faire

 Ecrire("*")

 FinPour

 // Retour à la ligne

 Ecrire("\n")

 FinPour

Fin

Remarque :

L'instruction *Ecrire("\n")* est le retour à la ligne en algorithmique.

Exercice 12 : triangle d'étoiles

Écrire un algorithme qui affiche à l'écran le triangle d'étoiles suivant :

*

**

Solution :

Algorithme :

```
Algorithme Triangle_des_étoiles
// i : compteur, j : compteur
Variables I, J : entiers
Début
  Pour I ← 1 jusqu'à 5 faire
    Pour J ← 1 jusqu'à I faire
      Ecrire("*")
    FinPour
    // Retour à la ligne
    Ecrire("\n")
  FinPour
Fin
```

Exercice 13 : Pyramide d'étoiles

Ecrire un algorithme qui affiche à l'écran la pyramide d'étoiles ci-dessous. Chaque ligne comporte 19 caractères (espaces ou étoiles (*)).

```
*****
*****
*****
*****
*****
*****
*****
*****
*****
*****
*****
*****
*****
*****
*****
*****
*****
*****
*****
*****
```

Solution :

Chaque ligne comporte 19 caractères (espaces ou étoiles (*)). Soit :

$n_etoiles$: nombre d'étoiles dans une ligne

$n_espaces$: nombre d'espaces dans une ligne

Donc une ligne comporte $(n_espaces / 2)$ et $n_etoiles$ puis $(n_espaces / 2)$.

Algorithme :

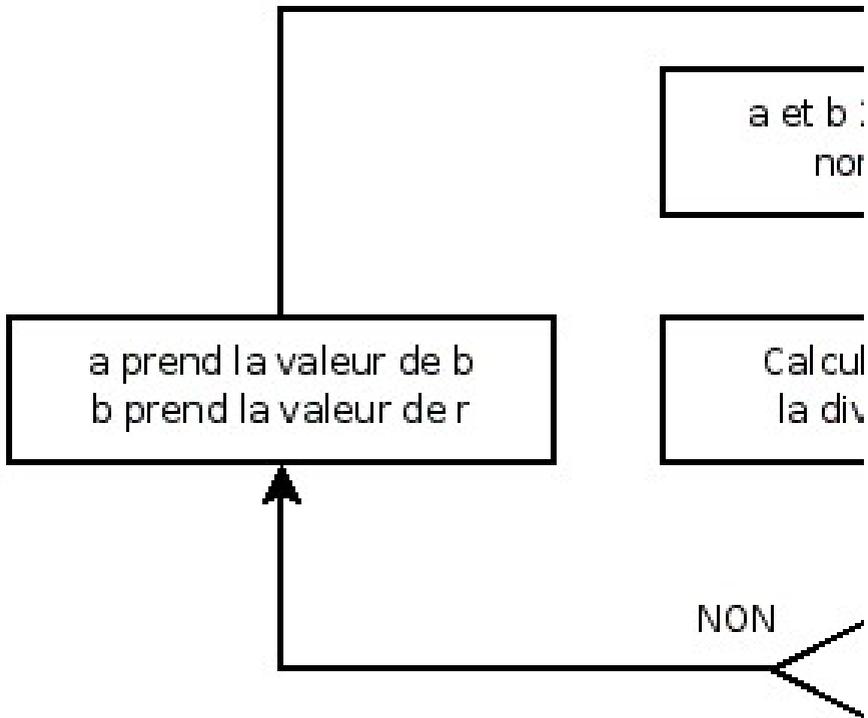
```
Algorithme pyramide_inversée
// n_etoiles : nombre d'étoiles dans une ligne
// n_espaces : nombre d'espaces dans une ligne
Variables n_etoiles, n_espaces, i, j, k : Entier
Début
  n_etoiles = 19
  Tant que n_etoiles >= 1 faire
    n_espaces = 19 - n_etoiles
    i = 1
    Tant que i <= (n_espaces / 2) faire
      écrire (" ")
      i = i + 1
    FinTantQue
    j = 1
    Tant que j < n_etoiles faire
      écrire ("*")
      j = j + 1
    FinTantQue
    k = 1
    Tant que k <= (n_espaces / 2) faire
      écrire (" ")
      k = k + 1
    FinTantQue
    n_etoiles = n_etoiles - 2
    écrire ("\n ")
  FinTantQue
Fin
```

Exercice 14 : PGDC

Écrire un algorithme qui calcule le PGDC (plus grand diviseur commun) de deux nombres entiers a et b non nuls ($a > b$).

Solution :

La figure suivante présente le principe de calcul du PGDC de a et b .



Algorithme :

Algorithme PGDC

Variable a, b, r : entiers

Début

 Ecrire("Donner a et b")

 Lire(a, b)

$r \leftarrow a \bmod b$

 Tant que $r \neq 0$ faire

$a \leftarrow b$

$b \leftarrow r$

$r \leftarrow a \bmod b$

 FinTantQue

 Ecrire(" Le PGDC est : ", b)

Fin

Exercice 15 : Suite numérique

Soit la suite numérique U_n suivante :

$$\left| \begin{array}{l} \text{Si } n = 0, U_0 = 4 \\ \text{Si } n > 0, U_n = 5 U_{n-1} + 9 \end{array} \right.$$

Ecrire un algorithme qui calcul le terme U_n et la somme S_n . ($S_n = U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_{n-1} + U_n$).

Solution :

Algorithme :

Algorithme Suite_numérique

Variable U_n, S_n : réel

i, n : entier

Début

Ecrire("Donner n")

Lire(n)

// Initialisation : $S_n = 4$ et $U_n = 4$

$S_n \leftarrow 4$

$U_n \leftarrow 4$

Pour $i \leftarrow 1$ jusqu'à n faire

$U_n \leftarrow 5U_n + 9$

$S_n = S_n + U_n$

FinPour

Ecrire ("Le terme U", n , " = ", U_n)

// "\n" : retour à la ligne

Ecrire("\n")

Ecrire ("La somme S", n , " = ", S_n)

End

Exercice 16 : Suite de Fibonacci

Ecrire un algorithme qui détermine le terme U_n de la suite de Fibonacci défini comme suit :

$$\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_1 = 1 \\ U_n = U_{n-1} + U_{n-2}, n \geq 2 \end{cases}$$

Solution :

Algorithme :

Algorithme suite_Fibonacci

// Um_1 : est le terme U_{m-1}

// Um_2 : est le terme U_{m-2}

// Um : est le terme U_m

Variables Um, Um_1, Um_2 : entier

n, m : entier

Début

Ecrire("Donnez la valeur de n, n >= 2")

Lire(n)

Um_2 ← 0

Um_1 ← 1

m ← 2

TantQue m <= n faire

Um ← Um_1 + Um_2

Um_2 ← Um_1

Um_1 ← Um

m ← m + 1

FinTantQue

Ecrire("Le terme $U_n =$ ", Um)

Fin

Atelier 03 : Opérations sur les tableaux

Exercice 01 : Nombre de moyennes ≥ 10

En utilisant les tableaux, écrire un algorithme qui permet la saisie d'une liste de n moyennes réelles et d'afficher le nombre des moyennes supérieures ou égales à 10. On suppose que $n \leq 100$

Solution :

Algorithme :

Algorithme Moy_sup_à_10

// M : indice supérieur du tableau

Constante M = 100

// Moy : tableau de M éléments réels

Variable Moy : tableau[1..M] des réels

i, n, k : entiers

Début

Ecrire("Donner la valeur de n : ")

Lire(n)

// Saisie des éléments du tableau

Pour i ← 1 jusqu'à n Faire

Ecrire ("Donner l'élément ", i, " du tableau")

Lire (Moy[i])

FinPour

// k : compte le nombre de moyennes supérieures ou égales à 10.

k ← 0

Pour i ← 1 jusqu'à n Faire

Si Moy[i] ≥ 10 alors

k ← k + 1

FinSI

FinPour

// Affichage du résultat

Ecrire("Le nombre de moyennes supérieures ou égales à 10 est ", k)

Fin

Remarque :

- On peut ajouter dans l'algorithme les instructions suivantes pour gérer les cas où l'utilisateur saisisse une valeur supérieure à 100 (indice supérieur du tableau) :

Si n > 100 alors

n ← M

FinSI

- Remarquer bien l'avantage de la constante M qui peut être modifiée facilement pour la maintenance des programmes.

Exercice 02 : Permutation des éléments d'un tableau

Ecrire un algorithme qui permute les éléments d'un tableau de 8 éléments en plaçant le dernier élément en premier et ainsi de suite, voir la figure suivante :

15	18	13	99	68	71	96	55
----	----	----	----	----	----	----	----

Tableau initial

55	96	71	68	99	13	18	15
----	----	----	----	----	----	----	----

Tableau après permutation

Solution :**Algorithme :**

Algorithme Permutation_tableau

Variables T : Tableau[1..8] d'entiers

I, X, K : Entier

Début

Pour I ← 1 jusqu'à 8 Faire

 Ecrire ("Donner l'élément ", I, " du tableau")

 Lire (t[I])

FinPour

K ← 8

// Notez bien que I varie de 1 à 4 dans la boucle suivante :

Pour I ← 1 jusqu'à 4 Faire

 X ← T(K)

 T(K) ← T(I)

 T(I) ← X

 K ← K - 1

FinPour

Pour I ← 1 jusqu'à 8 Faire

 Ecrire(T[i])

FinPour

Fin

Exercice 03 : Maximum des moyennes d'une classe

Ecrire un algorithme qui permet la saisie des moyennes d'une classe de n étudiants et affiche le maximum.

Solution :

Algorithme :

```
Algorithme maximum_tableau
// M : indice supérieur du tableau
Constante M = 100
Variable Moy : tableau[1 .. M] de réels
    i, n : entier
    max : réel
Début
    Ecrire("donner le nombre d'étudiants")
    Lire(n)
    Si n > M alors
        Ecrire("Dépassement de capacité du tableau")
        n ← M
    FinSI
    Pour I ← 1 jusqu'à n faire
        Ecrire ("Entrer la moyenne ",i, " :")
        Lire(Moy[i])
    FinPour
    max ← Moy[1]
    Pour i ← 2 jusqu'à n faire
        Si Moy[i] > max alors
            Max ← Moy[i]
        FinSI
    FinPour
    Ecrire ("le maximum des moyennes est ", max)
Fin
```

Exercice 04 : Trier un tableau

Ecrire un algorithme qui permet la saisie de 4 moyennes et de les

classer selon l'ordre croissant.

Solution :

Algorithme :

```
Algorithme Trier_tableau
// N : indice supérieur du tableau
Constante N = 4
Variables Moy : tableau[1 .. N] de réels
           I, J : entier
           X : réel
Début
  // Saisie des éléments du tableau
  Pour I ← 1 jusqu'à N faire
    Ecrire ("Entrer la moyenne ",I, " :")
    Lire(Moy[I])
  FinPour
  // Tri des éléments du tableau
  Pour I ← 1 jusqu'à N-1 faire
    Pour J ← I+1 jusqu'à N faire
      Si Moy[I] > Moy[J] alors
        X ← Moy[I]
        Moy[I] ← Moy[J]
        Moy[J] ← X
      FinSI
    FinPour
  FinPour
  // Affichage des éléments du tableau trié
  Pour I ← 1 jusqu'à N faire
    Ecrire (Moy[I])
  FinPour
Fin
```

Exercice 05 : Tableau à deux dimensions

Ecrire un algorithme qui permet :

- la saisie des notes d'une classe de 5 étudiants en 4 matières
- calcul et affiche la moyenne de chaque étudiant
- calcul et affiche la moyenne de la classe dans chaque matière
- calcul et affiche la moyenne générale de la classe.

Solution :

Algorithme :

Algorithme Tableau_2_dimensions

// N : nombre d'étudiants, M : nombre de matières

Constante N = 5, M = 4

// Notes[I,J] : note de l'étudiant I dans la matière J

// Moy_E[I] : Moyenne de l'étudiant I

// Moy_M[J] : Moyenne de la classe dans la matière J

// Moy_G : Moyenne générale de la classe

Variable Notes : tableau[1..N, 1..M] des réels

 Moy_E : tableau[1..N] des réels

 Moy_M : tableau[1..M] des réels

 I, J : entiers

 S, Moy_G : réels

Début

 // Saisie des notes

 Pour I ← 1 jusqu'à N Faire

 Pour J ← 1 jusqu'à M Faire

 Ecrire ("Donner la note de l'étudiant ", I, " dans la matière", J)

 Lire (Notes[I, J])

 FinPour

 FinPour

 // Calcul et affichage de la moyenne de chaque étudiant

 Pour I ← 1 jusqu'à N Faire

 S ← 0

 Pour J ← 1 jusqu'à M Faire

 S ← S + Notes[I, J]

 FinPour

 Moy_E[I] ← S / M

 FinPour

 Pour I ← 1 jusqu'à N Faire

 Ecrire("La moyenne de l'étudiant ", I, " est ", Moy_E[I])

 FinPour

 // Calcul et affichage de la moyenne par matière

 Pour J ← 1 jusqu'à M Faire

 S ← 0

 Pour I ← 1 jusqu'à N Faire

 S ← S + Notes[I, J]

 FinPour

 Moy_M[J] ← S / N

 FinPour

Exercice 06 : Produit de deux matrices

Ecrire un algorithme qui calcule la matrice C qui est le produit de deux matrices A et B. A est de l'ordre $n*m$ et B est de l'ordre $m*k$.

Solution :

Exemple :

$$\begin{array}{ccc}
 & \text{A} & & \text{B} & & \text{C} \\
 \\
 1 & 1 & 1 & \mathbf{X} & 1 & 1 & = & 3 & 3 \\
 1 & 1 & 1 & & 1 & 1 & & 3 & 3 \\
 & & & & 1 & 1 & & &
 \end{array}$$

A est de l'ordre $2 * 3$, B est de l'ordre $3*2$ et C est de l'ordre $2*2$. la valeur d'un élément de la matrice C est définie comme suit :

$$C(i, j) = \sum_{r=1}^{r=m} A(i, r) * B(r, j)$$

Dans cet exemple $m = 3$.

Note :

Le produit de deux matrices exige que le nombre de colonnes de la première matrice soit égal au nombre de lignes de la deuxième matrice.

Algorithme :

Algorithme Produit_deux_matrices

Variable A: tableau [1 To 20, 1 To 20] de réels

B: tableau [1 To 20, 1 To 20] de réels

C: tableau [1 To 20, 1 To 20] de réels

i, j, r, n, m, k : entier

début

Ecrire("Donnez le nombre de lignes de la matrice A : ")

lire(n)

Ecrire("Donnez le nombre de colonnes de la matrice A : ")

lire(m)

Ecrire("Donnez le nombre de colonnes de la matrice B : ")

lire(k)

//Remplissage de la matrice A

Pour i ← 1 jusqu'à n faire

 Pour r ← 1 jusqu'à m faire

 Ecrire("Donnez l'élément A[" , i , " , " , r, "]"))

 Lire(A[i, r])

 FinPour

FinPour

//Remplissage de la matrice B

Pour r ← 1 jusqu'à m faire

 Pour j ← 1 jusqu'à k faire

 Ecrire("donnez l'élément B[" , r , " , " , j , "]"))

 Lire(B(r, j))

 FinPour

FinPour

//Calcul de la matrice produit C

Pour i ← 1 jusqu'à n faire

 Pour j ← 1 jusqu'à k faire

 C[i, j] = 0

 Pour r ← 1 jusqu'à m faire

 C[i, j] = C[i, j] + A[i, r] * B[r, j]

 FinPour

 FinPour

FinPour

//Affichage des éléments de la matrice produit C

Pour i ← 1 jusqu'à n faire

 Pour j ← 1 jusqu'à k faire

 Ecrire("C[" , i , " , " , j , "]") = " , C(i, j))

Exercice 07 : Tableau dynamique à deux dimensions

En se basant sur l'annexe 01 qui traduit les instructions algorithmique en Visual Basic (voir la fin de l'ouvrage), écrire un programme VB qui utilise un tableau dynamique à deux dimensions (matrice) puis redimensionner le tableau en demandant le nombre de lignes et de colonnes. Ajouter des instructions pour remplir et afficher le contenu de ce tableau.

Solution :

Programme VB :

```
Sub main()  
    Dim A() As Double  
    Dim i As Integer, j As Integer  
    Dim n As Integer, m As Integer  
    n = Val(InputBox("Donnez le nombre de lignes de la matrice A"))  
    m = Val(InputBox("Donnez le nombre de colonnes de la matrice A"))  
    ' Redimensionner la matrice A  
    ReDim A(n, m)  
    ' Remplissage de la matrice A  
    For i = 1 To n  
        For j = 1 To m  
            A(i, j) = Val(InputBox("Donnez l'élément A(" & i & "," & j &  
                "))"))  
        Next j  
    Next i  
    ' Affichage des éléments de la matrice A  
    For i = 1 To n  
        For j = 1 To m  
            MsgBox "A(" & i & "," & j & ")=" & A(i, j)  
        Next j  
    Next i  
End Sub
```

Exercice 08 : Recherche d'une valeur dans un

tableau

Ecrire un algorithme qui cherche une valeur x dans un tableau t .

Solution :

Algorithme :

Algorithme recherche

Variable t : tableau[100] de réels

x : réel

trouvé : logique

n, i, j : entier

Début

Ecrire("Donner la taille du tableau")

Lire(n)

Si $n > 100$ alors

n ← 100

FinSI

// Remplissage du tableau

Pour i ← 1 jusqu'à n faire

Ecrire("Donner l'élément t[" , i, "]")

Lire(t[i])

FinPour

// Saisie de la valeur recherchée

Ecrire("Donner la valeur recherchée")

Lire(x)

// Recherche dans le tableau

trouvé ← Faux

Pour i ← 1 jusqu'à n faire

SI $t[i] = x$ alors

j ← i

trouvé ← Vrai

// sortir de la boucle Pour

Quitter Pour

FinSI

FinPour

Si trouvé = Vrai alors

Ecrire(" La valeur " , x, " est trouvée, elle est au rang " , j)

Sinon

Ecrire(" La valeur " , x, " n'existe pas ")

FinSI

Fin

Note : Autres exercices sur les tableaux

L'atelier 08 contient d'autres exercices sur les tableaux. Il aborde les algorithmes de tri et de recherche.

Atelier 04 : Les structures

Exercice 01 : Structure personne

Ecrire un algorithme qui :

- définit une structure **Personne** qui contient trois champs : nom, prénom et âge.
- déclare deux variables `etudiant1` et `etudiant2` de type `Personne`.
- calcule la différence d'âge entre les deux étudiants.

Solution :

Algorithme :

Algorithme différence_age

```
// Déclaration de la structure Personne
```

```
Type Structure Personne
```

```
    nom : chaîne
```

```
    prénom : chaîne
```

```
    age : entier
```

```
FinStruct
```

```
// Déclaration des variables de type Personne
```

```
Variables etudiant1, etudiant2 : Personne
```

```
// Algorithme principal
```

```
Début
```

```
    Ecrire("Entrez le nom, le prénom puis l'âge de l'étudiant 1")
```

```
    Lire(etudiant1.nom, etudiant1.prénom, etudiant1.age)
```

```
    Ecrire("Entrez le nom, le prénom puis l'âge de l'étudiant 2")
```

```
    Lire(etudiant2.nom, etudiant2.prénom, etudiant2.age)
```

```
    Ecrire("La différence d'âge entre ", etudiant1.nom, " et ",  
    etudiant2.nom, " est de ")
```

```
    Si etudiant1.age > etudiant2.age Alors
```

```
        Ecrire(etudiant1.age - etudiant2.age, " ans")
```

```
    Sinon
```

```
        Ecrire(etudiant2.age - etudiant1.age, " ans")
```

```
    FinSi
```

```
Fin
```

Exercice 02 : Structure imbriquée

Etudiant est une structure composée de trois champs : nom, prénom et date_de_naissance. Nom et prénom sont de type chaîne. Date_de_naissance est de type **N_date**.

N_date est une structure composée de trois champs : jour, mois et année. Jour et année sont de type entiers, mois est de type chaîne.

Ecrire un algorithme qui permet de saisir et d'afficher l'année de naissance d'un étudiant.

Solution :

Algorithme :

```
Algorithme Année_de_naissance
// Déclaration de la structure N_Date
Type Structure N_Date
    jour : entier
    mois : chaîne
    année : entier
FinStruct
// Déclaration de la structure Etudiant
Type Structure Etudiant
    nom : chaîne
    prénom : chaîne
    date_naissance : N_date
FinStruct
// Déclaration de la variable etudiant1 de type Etudiant
Variable etudiant1 : Etudiant
// Algorithme principal
Début
    Ecrire("Entrer l'année de naissance de l'étudiant1")
    Lire(etudiant1.date_naissance.année)
    Ecrire("L'année de naissance de l'étudiant1 est : ",
    etudiant1.date_naissance.année)
Fin
```

Atelier 05 : Les fonctions prédéfinies

Exercice 01 : Nombre de mots dans une phrase

Ecrire un algorithme permettant de saisir une chaîne de caractère (une phrase) et d'afficher le nombre de mots de cette chaîne.

Solution :

La solution consiste à compter le nombre d'espaces dans la chaîne de caractères. Le nombre de mots est égal au nombre d'espaces + 1.

Algorithme :

```
Algorithme nombre_de_mots
Variables phrase : chaîne
           N, I, Compteur : Entier
Début
    Ecrire("Entrer une chaîne de caractères :")
    Lire (phrase)
    N ← longueur(phrase)
    Compteur ← 0
    Pour I ← 1 jusqu'à N Faire
        Si copie(phrase, I, 1) = " " alors
            Compteur ← Compteur + 1
        FinSi
    FinPour
    Ecrire("Cette chaîne contient ", Compteur + 1, " mots")
Fin
```

Exercice 02 : Nombre de voyelles dans une phrase

Ecrire un algorithme permettant de saisir une phrase et d'afficher le nombre de voyelles contenu dans cette phrase en utilisant la fonction de recherche.

Solution :

La solution consiste à stocker toutes les voyelles dans la variable *V* de type chaîne de caractères. Grâce à la fonction *Recherche*, on examine chaque caractère de la chaîne *Ch* saisie au clavier s'il existe dans la chaîne des voyelles ou non.

Exemple :

Soit :

V = "aeiouy"

Ch = "Je suis un étudiant".

La chaîne Ch contient 7 voyelles.

Algorithme :

Algorithme voyelle

Variables Ch,V : chaîne

N, I , Compteur : Entier

Début

Ecrire("Entrer une chaîne de caractères :")

Lire (Ch)

N ← longueur(Ch)

Compteur ← 0

V ← "aeiouy"

Pour I ← 1 jusqu'à N Faire

 Si recherche(V, copie(Ch, I, 1)) ≠ 0 alors

 Compteur ← Compteur + 1

 FinSi

FinPour

Ecrire("Cette chaîne contient ", Compteur , " voyelles")

Fin

Exercice 03 : Remplacement d'un caractère par un autre dans une phrase

Soit une phrase qui contient des mots séparés par des slashes « / », voir l'exemple suivant :

"Sabir / Ahmed / étudiant en troisième année / Tél : 023 25 86 89"

Ecrire un algorithme qui remplace les slashes « / » par des point virgules « ; ».

Solution :

Le résultat souhaité est de transformer la phrase suivante :

"Sabir / Ahmed / étudiant en troisième année / Tél : 023 25 86 89"

En :

"Sabir ; Ahmed ; étudiant en troisième année ; Tél : 023 25 86 89"

Algorithme :

Algorithme Remplacement_caractères

Variable phrase1, phrase2 : chaîne

Z : caractère

I : entier

Début

Phrase1 ← "Sabir / Ahmed / étudiant en troisième année / Tél : 023
25 86 89"

phrase2 ← ""

Pour I ← 1 jusqu'à longueur(phrase1) Faire

Si Copie(phrase1, I, 1) = "/" alors

Z ← ';' ;

Sinon

Z ← Copie(phrase1, I, 1)

FinSi

phrase2 = phrase2 & z

FinPour

Ecrire("phrase2")

Fin

Exercice 04 : Affichage d'une chaîne en inverse

Ecrire un algorithme permettant de saisir une chaîne de caractère et de l'afficher en inverse.

Solution :

Algorithme :

```
Algorithme chaine_en_inverse
Variables ch , ch1, temp : chaîne
          N, i : Entier
Début
  Ecrire("Entrer une chaîne de caractères:")
  Lire (ch)
  // N est la longueur de la chaine ch
  N ← longueur(ch)
  Temp ← ""
  Ch1 ← ""
  Pour i ← N jusqu'à 1 pas -1 Faire
    temp ← Copie(ch, i, 1)
    ch1 ← ch1 & temp
  FinPour
  Ecrire(ch1)
Fin
```

Exercice 05 : Concaténation des chaînes de caractères

Écrire un algorithme qui demande à l'utilisateur d'entrer une chaîne de caractères (une date) sous la forme JJMMAA et qui affiche cette date sous la forme JJ/MM/20AA.

Solution :

La date résultat date2 (figure suivante) sera le résultat de la concaténation des deux premiers caractères de date1, suivis du caractère "/", suivis des deux caractères du milieu de date1, suivis des caractères "/20", puis des deux derniers caractères de date1.



Algorithme :

Algorithme concaténation

Variables date1, date2 : chaîne

Début

 Ecrire("Saisir une date sous la forme JJMMAA : ")

 Lire(date1)

 date2 ← Concat(Copie(date1,1,2), "/", Copie(date1,3,2), "/20",

 Copie(date1,5,2))

 Ecrire(date2)

Fin

Atelier 06 : Les fonctions et procédures

Exercice 01 : Fonction Moyenne

En se basant sur l'algorithme, de l'exercice 01 de l'atelier 01, écrire le sous-algorithme de la fonction *Moyenne* qui renvoie la moyenne de deux entiers.

Ecrire un algorithme qui contient la déclaration de la fonction moyenne et des instructions qui appellent cette fonction.

Solution :

Sous-algorithme de la fonction Moyenne :

```
// Déclaration de la fonction Moyenne
Fonction Moyenne(X : entier, Y : entier) : réel
Début
    Retourner (X + Y) / 2
FinFonct
```

Algorithme :

Algorithme Fonction_Moyenne

Variables A, B : entiers

// Déclaration de la fonction Moyenne

Fonction Moyenne(X : entier, Y : entier) : réel

Début

 Retourner (X + Y) / 2

FinFonct

// Programme principal

Début

 // Saisie des données

 Ecrire ("Entrez la valeur de A:")

 Lire (A)

 Ecrire ("Entrez la valeur de B:")

 Lire (B)

 // Appel de la fonction Moyenne

 Ecrire ("La moyenne de A et B est : ", Moyenne(A, B))

Fin

Exercice 02 : Fonction $f(x) = 3x^3 + 4x + 8$

Écrire un algorithme qui contient la déclaration de fonction $f(x) = 3x^3 + 4x + 8$ et affiche le résultat de cette fonction pour $x = 1$, $x = 2$ et $x = 2,7$.

Solution :

Algorithme :

Algorithme Fonction_polynomiale

// Déclaration de la fonction $f(x) = 3x^3 + 4x + 8$

Fonction $f(x : \text{réel}) : \text{réel}$

Début

 Retourner $3*x^3 + 4*x + 8$

FinFonct

// Programme principal

Début

 //Appel de fonction

 Ecrire("f(1) = ", f(1), " f(2) = ", f(2), " f(2.7) = ", f(2.7))

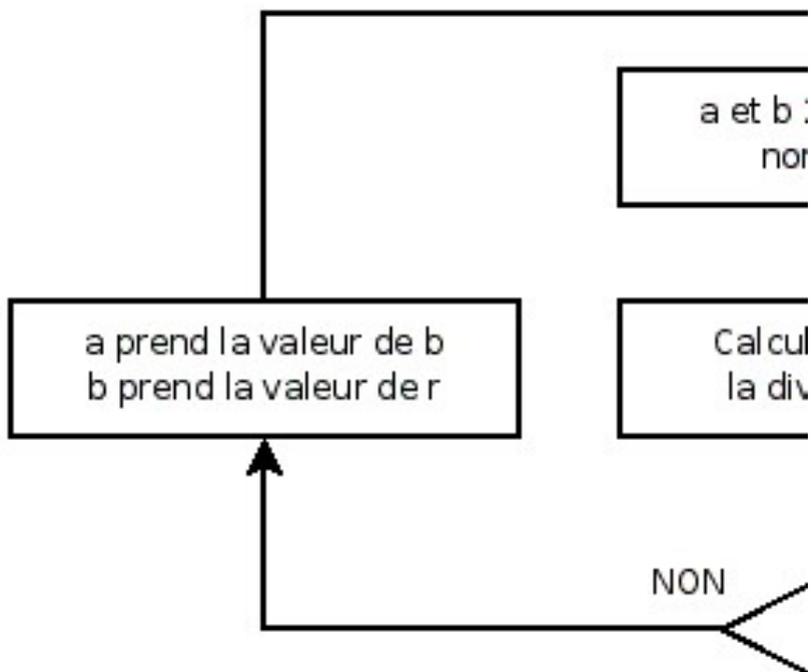
Fin

Exercice 03 : Fonction PGCD récursive

Ecrire un algorithme qui calcul le PGDC (plus grand diviseur commun) de deux nombre entier a et b non nuls ($a > b$) en utilisant une fonction récursive.

Solution :

La figure suivante présente le principe de calcul du PGDC de a et b.



Exemple :

$\text{PGCD}(5, 2) = 1$; $\text{PGCD}(10, 5) = 5$; $\text{PGCD}(12, 8) = 4$.

Algorithme :

Algorithme PGCD_récurive

Variable a, b : entier

// Déclaration de la fonction récursive qui calcul le PGCD

Fonction PGCD(x : entier, y : entier) : entier

Variable r : entier

Si y = 0 alors

Retourner x

Sinon

// r : reste de la division entière de x par y

r ← x mod y

Retourner PGCD(y, r)

FinSi

FinFonction

// Algorithme principal

Début

Ecrire((" Donnez a et b : "))

Lire(a, b)

Ecrire("PGCD(a, b) = ", PGCD(a, b))

Fin

Exercice 04 : Fonction somme récursive

Ecrire un algorithme qui calcul :

Somme(m) = 1 + 2 + 3 + 4 + ... + m-1 + m en utilisant une fonction récursive.

Solution :

Algorithme :

Algorithme Somme_réursive

Variable m : entier

// Déclaration de la fonction somme réursive

Fonction somme(n : entier) : entier

Début

Si n = 0 alors

Retourner 0

Sinon

Retourner somme(n - 1) + n

FinSi

FinFonct

// Programme principal

Début

Ecrire("Donnez m")

Lire(m)

Ecrire("La somme de m premiers entiers est : ", somme(m))

Fin

Exercice 05 : Passage des paramètres par adresse

Qu'affiche à l'écran l'algorithme suivant :

```
Algorithme Passage_par_adresse
Variables n, p : entiers
// Déclaration de la procédure échange
Procédure échange(Var a : entier, Var b : entier)
Variable c : entier
Début
    Ecrire("Début échange ", a, " ", b)
    c ← a
    a ← b
    b ← c
    Ecrire("Fin échange ", a, " ", b)
FinProc
// Programme principal
Début
    n ← 10
    p ← 20
    Ecrire("Avant l'appel ", n, " ", p)
    échange n, p
    Ecrire("Fin échange ", n, " ", p)
Fin
```

Solution :

Dans la ligne de code : *Procédure échange(Var a : entier, Var b : entier)*, il y a la présence du mot clé *Var*. Il s'agit donc d'un passage de paramètres par adresse.

Ce programme affiche à l'écran :

```
Avant l'appel 10 20
Début échange 10 20
Fin échange 20 10
Fin échange 20 10
```

Exercice 06 : Passage des paramètres par valeur

Soit l'algorithme suivant :

```
Algorithme passage_par_valeur
Variables n, p : entiers
// Déclaration de la procédure échange
Procédure échange(a : entier, b: entier)
Variable c : entier
Début
  Ecrire("Début échange ", a, " ", b)
  c ← a
  a ← b
  b ← c
  Ecrire("Fin échange ", a, " ", b)
FinProc
// Programme principal
Début
  n ← 10
  p ← 20
  Ecrire("Avant l'appel ", n, " ", p)
  échange n, p
  Ecrire("Fin échange ", n, " ", p)
Fin
```

- Quelle est la différence entre l'algorithme de l'exercice 05 et celui de l'exercice 06.
- Qu'affiche cet algorithme à l'écran

Solution :

La seule différence est l'absence du mot clé *Var* dans l'algorithme de l'exercice 06. Il s'agit d'un passage de paramètres par valeur dans ce dernier.

Ce programme affiche à l'écran :

```
Avant l'appel 10 20
Début échange 10 20
Fin échange 20 10
Fin échange 10 20
```

Remarque :

Les valeurs de n et p ne changent pas après l'appel de la procédure *echange* car le passage des paramètres est par valeur.

Exercice 07 : Suite numérique

Soit la suite numérique U_n suivante :

$$\begin{cases} \text{Si } n = 0, U_0 = 4 \\ \text{Si } n > 0, U_n = 5 U_{n-1} + 9 \end{cases}$$

Ecrire un algorithme qui calcul le terme U_n en utilisant une fonction récursive.

Solution :

Algorithme :

Algorithme suite_numérique

Variable n : entier

// Déclaration de la fonction U qui calcule le terme $U_m = U(m)$

Fonction $U(m$: entier) : réel

Si $m = 0$ alors

Retourner 4

Sinon

Retourner $5 * U(m - 1) + 9$

FinSI

FinFonction

// Algorithme principal

Début

Ecrire("Donner n ")

Lire(n)

Ecrire("Le terme U ", n , " = ", $U(n)$)

Fin

Exercice 08 : Partie entière

Ecrire un algorithme qui contient une fonction $E(x)$ qui renvoie la

partie entière d'un nombre réel saisi au clavier.

Exemple

$$E(2) = 2$$

$$E(-4) = -4$$

$$E(6.2) = 6$$

$$E(-10.2) = -11$$

Solution :

Soit x un nombre réel. Si $x \geq 0$ alors $E(x) = x \text{ div } 1$ (la partie entière de x est égal à la division entière de x par 1).

Si $x < 0$, il y a deux cas : si x est différent de $(x \text{ div } 1)$ dans ce cas $E(x) = (x \text{ div } 1) - 1$ sinon $E(x) = x \text{ div } 1$.

Algorithme :

Algorithme Partie_entière

Variable x : réel

// Déclaration de la fonction E : partie entière

Fonction E(y : réel) : entier

Variable r : entier

Si y >= 0 alors

 //L'opérateur div : c'est la division entière

 Retourner y div 1

Sinon

 r ← y div 1

 Si y ≠ r alors

 Retourner r - 1

 Sinon

 Retourner y

 FinSI

FinSi

FinFonct

// Programme principal

Début

 Ecrire("Donnez x : ")

 Lire(x)

 ‘ Appel de la fonction

 Ecrire("E(", x, ") = ", E(x))

Fin

Exercice 09 : Suite de Fibonacci

En utilisant une fonction récursive, écrire un algorithme qui détermine le terme U_n de la suite de Fibonacci définie comme suit :

$$\left| \begin{array}{l} U_0 = 0 ; U_1 = 1 \\ U_n = U_{n-1} + U_{n-2}, n \geq 2. \end{array} \right.$$

Solution :

L'algorithme :

```
Algorithme suite_fibonacci
Variable n : entier
// Déclaration de la fonction fibonacci
Fonction fibonacci(k : entier) : entier
  Si k = 0 alors
    Retourner 0
  SinonSI k = 1 alors
    Retourner 1
  Sinon
    Retourner fibonacci(k - 2) + fibonacci(k - 1)
FinSi
FinFonction
// Programme principal
Début
  Ecrire("Donnez la valeur de n")
  Lire(n)
  Ecrire("Le terme U", n, " = ", fibonacci(n))
Fin
```

Exercice 10 : Fonction factorielle récursive

Ecrire un algorithme qui calcule la factorielle d'un nombre entier positif en utilisant la récursivité.

Solution :

Algorithme :

Algorithme calcul_factorielle

Variante n : entier

// Déclaration de la fonction Fact qui calcule la factorielle d'un nombre

Fonction Fact (m : entier) : entier

Début

Si m= 0 Alors

Retourner 0

Sinon

Retourner Fact(m-1) *m

FinSi

FinFonct

// Programme principal

Début

Ecrire((" Donner un entier n positif : "))

Lire(n)

// Appel de la fonction Fact

Ecrire("La factorielle de n est : ", fact(n))

Fin

Exercice 11 : Fonctions et structures

Soit :

- **Personne** une structure qui contient trois champs : nom, prénom et âge.

- **Etudiant1** et **Etudiant2** deux variables de type **Personne**.

- **Différence_age** est une fonction qui renvoie la différence d'âge entre l'étudiant1 et l'étudiant2.

Ecrire un algorithme qui permet de saisir l'âge de l'étudiant1 et l'étudiant2 et affiche la différence d'âge entre les deux étudiants (utiliser la fonction **Différence_age**).

Solution :

Algorithme :

Algorithme Différence_age

```
// Déclaration de la structure Personne
Type Structure Personne
    nom : chaîne
    prénom : chaîne
    age : entier
FinStruct
// Déclaration de deux variables de type Personne
Variables Etudiant1, Etudiant2 : Personne
// Déclaration de la fonction Différence_age
Fonction Différence_age (Etudiant1, Etudiant2 : Personne) : entier
Variable y : entier
Début
    Si Etudiant1.age > Etudiant2.age Alors
        y ← Etudiant1.age – Etudiant2.age
    Sinon
        y ← Etudiant2.age – Etudiant1.age
    FinSi
    Retourner y
FinFonction
// Début de l’algorithme
Début
    Ecrire("Entrez le nom, le prénom puis l'âge de l'étudiant 1 : ")
    Lire(etudiant1.nom, etudiant1.prénom, etudiant1.age)
    Ecrire("Entrez le nom, le prénom puis l'âge de l'étudiant 2 : ")
    Lire(etudiant2.nom, etudiant2.prénom, etudiant2.age)
    // Appel de la fonction Différence_age
    Ecrire("La différence d'âge entre ", etudiant1.nom, " et ",
    etudiant2.nom, " est :", Différence_age(Etudiant1, Etudiant2))
Fin
```